

MOYENNE ARITHMÉTICO-GÉOMÉTRIQUE (INDICATIONS)

- 1) En notant F une primitive de f , quelle propriété simple de F les limites demandées expriment-elles ?
- 2) a)
b)
- 3) Croissance de l'intégrale.
- 4) Pour commencer : $I(a, b) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \int_0^s \frac{dx}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}}$.
- 5) a)
b) Changement de variable $u = \varphi(t)$, puis relation de Chasles, puis nouveau petit changement de variable.
c) Passer à la limite soigneusement, d'abord r puis s , ou bien d'abord s puis r , mais pas les deux en même temps.
- 6) a)
b)
c)
d) Exploiter 3).
- 7) a) $u_{n+1} - v_{n+1}$ est presque un carré.
b)
- 8) a) Pour tenir compte de la dépendance en a et b de u_n et v_n , il vaut mieux les noter $u_n(a, b)$ et $v_n(a, b)$. On pourra ainsi montrer que $u_n(\lambda a, \lambda b) = \lambda u_n(a, b)$ et $v_n(\lambda a, \lambda b) = \lambda v_n(a, b)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
b)
c)
d)e) Vive le théorème de la limite monotone !